OVER DE ZICHTBAARHEID VAN KLEINE DEELTJES

DOOR

H. A. LORENTZ.

De vraag in hoeverre kleine in een doorschijnende middenstof verspreide deeltjes kunnen worden gezien, staat misschien in genoegzaam verband met het hoofdonderwerp van dezen bundel om de opneming van eenige beschouwingen er over te rechtvaardigen.

Wat de waarneming van den vorm en de structuur van zoodanige lichaampjes betreft, is het sedert lang bekend dat de buiging die het licht in het objectief van het mikroskoop ondergaat, daaraan zekere grenzen stelt, zooals met name door HELMHOLTZ werd aangewezen. [1]) Elk punt wordt als een klein schijfje met vloeiend uitloopenden rand afgebeeld en twee punten kunnen niet meer duidelijk van elkaar onderscheiden worden, zoodra in het beeld hun afstand aanmerkelijk kleiner dan de middellijn der „buigingsschijfjes" is. Hoe groot nu, in verband hiermede, het oplossend vermogen van het mikroskoop is, hangt van de objectiefopening af. Men brengt het des te verder, naarmate deze grooter is, het verst met een homogeen immersiestelsel, maar zelfs in het gunstigste geval kan men niet hopen van deeltjes welker afmetingen ver beneden de golflengte van het licht liggen, den vorm en de bijzonderheden te kunnen onderscheiden.

Iets anders is het, het voorwerpje eenvoudig als een lichtstipje waar te nemen. Wordt het door een lichtbundel getroffen, dan verstrooit het een deel daarvan naar alle zijden, en men zal het lichaampje, al is het veel kleiner dan de golflengte, kunnen zien, als maar de verstrooide lichtbeweging die in het oog wordt toegelaten sterk genoeg is. Op deze overweging berust de ultramikroskopische waarnemingsmethode, waardoor men b.v. de korrels

---

[1]) H. HELMHOLTZ, Die theoretische Grenze für die Leistungsfähigkeit der Mikroskope, Ann. Phys. u. Chem. Jubelband, 557 (1874).

in een colloïdale goudoplossing te zien kan krijgen. Dat het daarbij van belang is, het object sterk te verlichten, en wel op zoodanige wijze dat de invallende stralen niet rechtstreeks in het objectief kunnen komen, zoodat buiten de verstrooiende deeltjes het gezichtsveld donker blijft, is duidelijk.

Op welke wijze een invallende lichtbeweging door een voorwerpje van gegeven grootte, gedaante en optische eigenschappen verstrooid wordt, kan uit de grondvergelijkingen der lichttheorie worden afgeleid. Het vraagstuk stuit echter op zoo groote wiskundige moeilijkheden dat men genoodzaakt is geweest, zich tot het eenvoudige geval van bolvormige deeltjes te bepalen. In de onderstelling dat deze vrij wat kleiner dan de golflengte zijn en uit een doorschijnende zelfstandigheid bestaan, heeft RAYLEIGH [1]) het vraagstuk opgelost, en later heeft MIE [2]) het onderzoek tot metaaldeeltjes uitgebreid. Dank zij de reeksontwikkelingen van den laatsten natuurkundige, kan men de berekeningen ook voor bollen, grooter dan de door RAYLEIGH beschouwde uitvoeren. Intusschen zal ik mij in het volgende tot de eerste benadering bepalen, waarmee men trouwens, zooals MIE heeft aangetoond, voor bijna alle in colloïdale oplossingen voorkomende deeltjes kan volstaan.

Stel dat op een bolletje van de middellijn σ een bundel rechtlijnig gepolariseerd licht valt en beschouw het licht dat in een bepaalde richting, die een hoek $\varkappa$ met de trillingsrichting der invallende stralen maakt, van het bolletje uitgaat. Op een afstand r van dit laatste is volgens MIE de intensiteit, uitgedrukt in die van het invallende licht als eenheid,

$$k \cdot \frac{\pi^4 \sigma^6}{4\,\lambda^4\, r^2} \sin^2 \varkappa,$$

waarin λ de golflengte in het omringende medium voorstelt, terwijl k een coëfficient is, die van de optische eigenschappen van den bol afhangt. Bestaat hij uit een doorschijnende zelfstandigheid, welker brekingsindex ten opzichte van het medium μ is, dan heeft men:

---

[1]) J. W. RAYLEIGH, On the light from the sky, its polarization and colour, Phil. Mag. (4), **41**, 107, 274 (1871); On the scattering of light by small particles, ibid. 447 (1871); On the transmission of light through an atmosphere containing small particles in suspension, and on the origin of the blue of the sky, ibid. (5) **47**, 375 (1899).

[2]) G. MIE, Beiträge zur Optik trüber Medien, speziell kolloidaler Metalllösungen, Ann. Phys. **25**, 377 (1908).

$$k = \left(\frac{\mu^2 - 1}{\mu^2 + 2}\right)^2 ,$$

dus als men $\mu = 1,3$ stelt, $k = 0,035$.

Ik doe hierbij opmerken dat de coëfficient ongeveer deze grootte heeft wanneer in water een lichaampje met het lichtbrekend vermogen van flintglas geplaatst is. Voor een klein luchtbelletje in water zou $k = 0,029$ zijn. Bij een metaal hangt k op ingewikkelde wijze van de optische constanten af. Deze nemende, zooals zij bij massief goud zijn, vindt MIE waarden, die naar gelang van de lichtsoort varieeren van 0,8 tot ongeveer 5. Voor bolletjes van een volkomen geleidend metaal zou $k = 1$ zijn.

Is het invallende licht ongepolariseerd, dan moet men bovenstaande uitdrukking voor de intensiteit van het verstrooide licht vervangen door:

$$k \cdot \frac{\pi^4 \sigma^6}{8 \lambda^4 r^2} (1 + \cos^2 \beta),$$

waarin nu β den hoek tusschen de beschouwde richting en die der invallende stralen voorstelt.

Wij zullen van deze uitkomst gebruik maken om tot een schatting te komen van de lichtsterkte waarmee korrels van bepaalde grootte zich bij de ultra-mikroskopische waarneming vertoonen. Ik neem daarbij aan dat men met zonlicht werkt, dat door een condensorlens in het praeparaat geconcentreerd wordt, en wel zij ϑ de halve tophoek van den verlichtingskegel. Verder zij ϑ' de halve tophoek van den stralenkegel die, van een punt van het voorwerp uitgaande, ten slotte in de pupil van het oog doordringt, $\varkappa$ de hoek tusschen de assen der twee kegels, n de brekingsindex van water, λ_0 de golflengte in de lucht, ρ de halve middellijn der zon, in boogmaat uitgedrukt, en L de hoeveelheid licht die een schijf met de eenheid van oppervlak van de zon ontvangt, als hij loodrecht op de stralen wordt gehouden. Dan vind ik voor de hoeveelheid licht die, van het bolletje uitgaande, in het oog valt:

$$k \cdot \frac{\pi^5 \sigma^6 n^6}{3 \lambda_0^4 \rho^2} (1 - \cos \vartheta)(1 - \cos \vartheta') \left\{ 1 + \frac{1}{16} (3 \cos^2 \varkappa - 1) \times \right.$$
$$\left. (\cos \vartheta + \cos^2 \vartheta) (\cos \vartheta' + \cos^2 \vartheta') \right\} L,$$

waarbij ik gerekend heb dat door terugkaatsing aan de glasoppervlakken de helft van het licht verloren gaat.

Om een voorbeeld te nemen zullen wij onderstellen dat de zooeven genoemde kegels tophoeken van 30° en 60° hebben, en met de assen loodrecht op elkaar staan, wat aan veelal voorkomende omstandigheden beantwoordt. [1]) Dan wordt bovenstaande uitdrukking:

$$0{,}00123\ k\,.\,\frac{\pi^5\,\sigma^6\,n^6}{\lambda_0{}^4\,\rho^2}\,L \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Is nu ω het oppervlak der pupil van het oog, dan is $L\omega$ de hoeveelheid licht die het zou ontvangen als men naar de zon zag. Deelt men dit op (1), dan vindt men:

$$0{,}00123\ k\,.\,\frac{\pi^5\,\sigma^6\,n^6}{\lambda_0{}^4\,\rho^2\,\omega}$$

voor de breuk die aangeeft welk gedeelte van de lichtsterkte der zon die van het waargenomen „sterretje" is.

Het is gebleken dat men gouddeeltjes met een middellijn van een honderdste mikron nog wel kan waarnemen. Daarom heb ik de waarde van bovenstaande uitdrukking berekend voor $\sigma = 0{,}01\ \mu$. Daarbij heb ik voor λ_0 de golflengte van geel licht genomen, voor de halve schijnbare middellijn der zon $^1/_4{}^\circ$, voor de middellijn der pupil 4,5 mM., terwijl ik k op 3 heb gesteld.

Ik vind aldus:

$$1{,}8 \times 10^{-13},$$

beantwoordende aan de lichtsterkte van een ster tusschen de 5de en 6de grootte, een uitkomst die vrij bevredigend is, daar sterren van de 6de grootte de kleinste zijn, die met het bloote oog kunnen worden gezien.

Daar in de gevonden formule de zesde macht van de middellijn der korrels voorkomt, zal bij verdere verkleining van σ de lichtstip al spoedig te zwak worden om een indruk op het netvlies te maken. Dan kunnen alleen een aantal korrels in de vloeistof verspreid dit te zamen doen, aldus aanleiding gevende tot het bekende „opalesceeren". De blauwe tint waarmede dit geschiedt, vindt zijn verklaring hierin, dat in de uitdrukking voor het verstrooide licht in den noemer $\lambda_0{}^4$ voorkomt.

In welke mate door een aantal in het medium verspreide korrels het licht verstrooid, en dus de intensiteit van een doorgaanden bundel verzwakt wordt, kan gemakkelijk uit het medegedeelde

[1]) Zie b.v. H. SIEDENTOPF u. R. ZSIGMONDY, Ueber Sichtbarmachung und Grössenbestimmung ultramikroskopischer Teilchen, mit besonderer Anwendung auf Goldrubingläser, Ann. Phys. **10**, 1 (1903). In deze verhandeling wordt ook, op andere wijze dan ik het hier doe, de lichtsterkte geschat, waarmede de deeltjes zich vertoonen.

worden afgeleid. Men vindt voor den „extinctie-coëfficient" h — waarvan de beteekenis deze is, dat bij het doorloopen van een afstand l de intensiteit in reden van 1 tot e^{-hl} wordt verzwakt,

$$h = k \cdot \frac{2\pi^5 N \sigma^6}{3\lambda^4}, \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

als N het aantal deeltjes per volume-eenheid is, of ook, als men voor het gezamenlijk volume der in de volume-eenheid liggende korrels v schrijft,

$$h = k \cdot \frac{24\,\pi^3\,v^2}{\lambda^4\,N} \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

De laatste vergelijking doet zien dat, wanneer men in een doorschijnend medium een bepaalde hoeveelheid van een andere zelfstandigheid brengt, deze het licht des te minder zal verstrooien naarmate zij fijner verdeeld is.

RAYLEIGH heeft de formule voor den extinctiecoëfficient nog in een anderen vorm gebracht. Het blijkt namelijk dat kleine in een medium verspreide deeltjes, stel met een grooter brekend vermogen dan het medium zelf, niet alleen het licht verstrooien, maar ook de voortplantingssnelheid van den doorgelaten bundel verkleinen, zoodat het stelsel ten opzichte van het medium *zonder* deeltjes een zekeren brekingsindex μ, grooter dan 1 krijgt, een uitwerking waaraan, theoretisch gesproken, niet getwijfeld kan worden, al zal zij wel bij emulsies en colloïdale oplossingen aan de waarneming ontsnappen. Berekent men μ en brengt men de uitkomst met (2) in verband, dan komt men tot RAYLEIGH's formule

$$h = \frac{32\,\pi^3(\mu - 1)^2}{3\,\lambda^4\,N} \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

Het is nu opmerkelijk dat deze vergelijking ook geldt voor de verstrooiing die, niet door zwevende stofdeeltjes, maar door de molekulen zelf van doorschijnende lichamen wordt teweeggebracht, althans wanneer men zich bepaalt tot het geval dat, zooals in een gas, de molekulen tamelijk ver uiteenliggen. Het „medium" waarin de deeltjes zich bevinden, is nu de aether, en men heeft onder μ den brekingsindex van het gas ten opzichte van den aether te verstaan; N is het aantal molekulen in de volume-eenheid. Door de formule op lucht toe te passen, waarbij men h aan de uit waarnemingen afgeleide doorschijnendheid van den dampkring ontleende, is men tot een waarde van N gekomen, die met de uitkomsten van andere bepalingen in bevredigende overeenstemming is.

Het zij mij vergund, over de afleiding der formule (4) voor gassen nog een enkel woord te zeggen. Daar het niet zonder bedenking is, de beschouwingen over kleine bolletjes zoo maar op gasmolekulen over te brengen, doet men het best, een anderen weg in te slaan. Daarbij stelt men zich voor dat de molekulen kleine deeltjes bevatten („electronen"), die door de lichttrillingen uit hun evenwichtsstanden verplaatst worden, zoodat zij aan het „meetrillen" geraken. Daardoor wijzigen zij de voortplantingssnelheid en worden tevens tot middelpunten van trilling, wat tot de verstrooiing aanleiding geeft.

Men kan in dezen gedachtengang zoowel μ als h berekenen en komt dan inderdaad tot de betrekking (4).

Wat de waarden van μ en h, ieder afzonderlijk, betreft, deze blijken af te hangen van de grootte der krachten waardoor de electronen na een verplaatsing naar hun evenwichtsstanden worden teruggedreven; van het *volume* der molekulen is in het geheel geen sprake.

Nu verdient het echter de aandacht dat, zooals reeds lang geleden is opgemerkt, het door $\mu - 1$ gemeten brekend vermogen van verschillende gassen vrijwel gelijken tred houdt met hun in de toestandsvergelijking van VAN DER WAALS voorkomende molekulair volume; de brekingsindex hangt ten naastebij op dezelfde wijze met dit laatste samen als het geval zou zijn zoo de molekulen uit een volkomen geleidende zelfstandigheid bestonden. Aan te nemen dat dit laatste werkelijk het geval is, zou intusschen in strijd zijn met al onze tegenwoordige opvattingen over de structuur der materie, en zoo rijst de vraag, hoe dan van den bedoelden samenhang rekenschap te geven.

De oplossing van dit raadsel vindt men in de hypothese die J. J. THOMSON [1]) in de laatste jaren over den aard der atomen heeft opgesteld. Volgens dezen natuurkundige zou een atoom bestaan uit een bol waarvan het volume met gelijkmatig daarover verdeelde positieve electriciteit gevuld is, en een grooter of kleiner aantal binnen dien bol liggende negatieve electronen, met dien verstande dat de gezamenlijke lading van deze laatsten evengroot is als de lading van den positieven bol. Berekent men nu in deze

[1]) J. J. THOMSON, The corpuscular theory of matter, London, 1907.

onderstelling — zich ter vereenvoudiging voorloopig tot één-atomige gassen bepalende — de krachten die de electronen in de evenwichtsstanden vasthouden, van welke, zooals reeds gezegd werd, μ en h afhangen, dan komt men tot de verrassende uitkomst dat de molekulen in hoofdzaak denzelfden invloed op de lichtbeweging hebben, als wanneer zij uit volkomen geleidend materiaal bestonden.

Zoo kan de hypothese van THOMSON ons doen zien waarom het brekend vermogen met het molekulair volume samenhangt, mits men onder dit laatste het volume der positieve bollen verstaat, terwijl zij ons tevens veroorlooft, ook den vorm (3) der formule voor den extinctiecoëfficient, met de waarde $k = 1$, op de verstrooiing van het licht door gasmolekulen toe te passen.