SUR LA THÉORIE DES PHÉNOMÈNES MAGNÉTO-OPTIQUES RÉCEMMENT DÉCOUVERTS [1])

Les expériences remarquables par lesquelles M. ZEEMAN a démontré l'influence d'un champ magnétique sur l'émission de la lumière ont été le point de départ d'une longue série de recherches expérimentales et théoriques. La Science a été ainsi enrichie d'un grand nombre de faits importants, et une nouvelle voie a été ouverte, par laquelle on pourra pénétrer plus avant dans le mécanisme intime de la radiation et de l'absorption.

Il serait impossible de traiter à fond, dans les limites de ce Rapport, tous les résultats qu'on a déjà obtenus dans l'étude de la modification des raies spectrales et des phénomènes qui s'y rattachent; c'est pourquoi je passerai sous silence non seulement beaucoup de détails expérimentaux, qu'on trouve réunis dans la belle monographie de M. COTTON [2]), mais même plusieurs idées théoriques importantes. Il m'a semblé plus utile de présenter une discussion un peu approfondie de quelques-unes des théories proposées.

LA THÉORIE ÉLÉMENTAIRE DU PHÉNOMÈNE DE ZEEMAN

1. Il est presque superflu de rappeler la théorie des *ions* qui a guidé M. ZEEMAN dans ses recherches. Elle s'était imposée à nombre de physiciens, dès que la théorie électromagnétique de la lumière eut été posée sur des bases solides. En effet, d'après cette théorie, une molécule ou un atome qui émet de la lumière doit avoir une certaine ressemblance avec un excitateur de HERTZ; et sans doute l'excitateur le plus simple serait un corps doué d'une charge électrique et animé d'un mouvement de va-et-vient. On est ainsi amené à supposer que, dans chaque molécule rayonnante, il

[1]) Rapport présenté au Congrès international de Physique à Paris, 1900. Gauthiers-Villars.

[2]) Scientia, phys. mathématique, 1900.

existe une ou plusieurs particules chargées, capables de vibrer autour d'une position d'équilibre; ces *ions* ou *électrons* donneront lieu à des ondes électromagnétiques se propageant dans l'éther. Réciproquement, ils pourront être mis en mouvement par des oscillations électromagnétiques provenant d'une source extérieure. On sait combien cette hypothèse des ions contenus dans tous les corps pondérables a été rendue probable par plusieurs phénomènes d'une autre nature, notamment par ceux de la décharge électrique dans les gaz raréfiés.

Or, on peut prévoir le phénomène de ZEEMAN sous sa forme la plus simple, si l'on se borne à un seul ion mobile contenu dans une molécule d'une source lumineuse. On suppose que cet ion peut être déplacé de sa position d'équilibre dans tous les sens, et qu'après un déplacement il soit soumis à une force élastique dirigée vers la position d'équilibre et proportionnelle au déplacement, mais indépendante de la direction de ce dernier.

Soient e la charge de la particule, m la masse, fr la force élastique mise en jeu par un déplacement r, f étant une constante positive. Alors, en l'absence d'un champ magnétique, la fréquence [1]) de toutes les vibrations, qu'elles soient rectilignes, elliptiques ou circulaires, sera

$$n_0 = \sqrt{\frac{f}{m}}. \tag{1}$$

Le mouvement se modifiera sous l'influence d'un champ magnétique extérieur. Dans tout ce qui suit, ce dernier sera supposé homogène et son intensité sera représentée par la lettre H. Pour calculer son action, nous nous servirons d'une loi bien connue. Une particule portant une charge e, et se mouvant avec la vitesse v, subira une force perpendiculaire au plan passant par les directions de v et H, et dont la grandeur peut être représentée par $evH \sin(v,H)$. Si cette expression est positive, la force est dirigée du côté où il faut se placer pour qu'une rotation de la direction de v vers celle de H, un angle inférieur à 180°, paraisse opposée à la rotation des aiguilles d'une montre.

Cela posé, on voit immédiatement que l'ion peut avoir trois mouvements différents ayant chacun sa propre fréquence. Des vibrations rectilignes parallèles aux lignes de force seront entière-

---

[1]) Par la *fréquence*, j'entendrai le nombre des vibrations pendant un temps 2π.

ment indépendantes du champ magnétique; elles auront toujours la fréquence n_0. Quant aux mouvements qui ont lieu dans un plan perpendiculaire aux lignes de force, il faudra distinguer des vibrations circulaires de directions opposées. Si r est le rayon d'une orbite circulaire et n la fréquence, la vitesse sera $v = nr$ et la force centripète devra avoir la valeur mn^2r. Or, il y a d'abord la force élastique fr et, en second lieu, une force électromagnétique

$$evH = enrH.$$

Cette dernière est dirigée vers le centre, pour une charge positive, si le mouvement a lieu dans le même sens que celui des aiguilles d'une montre dont le cadran serait tourné vers le côté indiqué par les lignes de force; elle tend à augmenter la distance au centre dans le cas contraire. Dans le premier cas, nous parlerons de vibrations droites. On aura alors

$$mn^2r = fr + enrH,$$

formule qui s'applique également à des vibrations droites d'un ion dont la charge e est négative. On voit que la fréquence n aura une valeur déterminée, quel que soit le rayon r.

D'après toutes les expériences, cette fréquence n ne diffère qu'extrêmement peu de la fréquence n_0. Par conséquent, le dernier terme de l'équation doit être beaucoup plus petit que le terme fr, et il est permis d'écrire

$$n = n_0 + \frac{eH}{2m}. \tag{2}$$

De même, pour les vibrations gauches,

$$n = n_0 - \frac{eH}{2m}. \tag{3}$$

2. On démontre sans peine que tous les mouvements de l'ion susceptibles de se produire dans le champ magnétique peuvent être décomposés en trois vibrations de la nature indiquée. De plus, la radiation émise dans l'éther sera la résultante des radiations qui sont dues aux trois mouvements élémentaires. Or, le premier de ces mouvements, la vibration rectiligne le long des lignes de force, ne peut émettre aucune lumière dans le sens de ces lignes; dans une direction qui y est perpendiculaire, elle produit un rayon polarisé rectilignement, les vibrations électriques étant parallèles et le plan de polarisation perpendiculaire à la force magnétique. Quant

aux vibrations circulaires, elles émettent de la lumière aussi bien suivant les lignes de force que dans une direction transversale. Cette lumière sera polarisée rectilignement dans cette dernière direction; le plan de polarisation sera parallèle aux lignes de force.

Au contraire, la lumière qui se propage dans une direction longitudinale, c'est-à-dire suivant les lignes de force, sera polarisée circulairement; un observateur qui se trouve du côté vers lequel tendent ces lignes recevra un rayon polarisé circulairement droit de fréquence (2) et un rayon gauche de fréquence (3).

C'est ainsi que s'expliquent complètement les doublets et les triplets observés par M. ZEEMAN, ainsi que leurs états de polarisation qui, en effet, ont été prédits par la théorie.

L'observation a montré que, dans le doublet, la raie spectrale, correspondant aux vibrations circulaires que nous avons nommées *gauches*, est située du côté du violet. Donc la fréquence (3) doit être plus grande que la fréquence (2) et la charge e doit être négative. Ce résultat s'accorde avec ce qu'on peut déduire de l'étude des décharges électriques, savoir que les ions à charge négative ont la plus grande mobilité.

En mesurant la distance des composantes des doublets ou triplets, on arrive à déterminer la valeur de eH/m et, par suite, l'intensité du champ étant connue, celle du rapport e/m. Le résultat n'est pas le même pour les différentes raies spectrales; cependant il est toujours de l'ordre de 10^7, si l'on exprime e en unités électromagnétiques C. G. S. Cet ordre de grandeur est le même que celui qu'on a trouvé pour les ions qui constituent les rayons cathodiques.

CHANGEMENTS PLUS COMPLIQUÉS DES RAIES SPECTRALES. THÉORÈMES GÉNÉRAUX

3. La plupart des raies spectrales qu'on a examinées jusqu'ici ont montré les doublets et les triplets qu'exige la théorie élémentaire. Cependant il y a de nombreuses exceptions à la règle générale. Sans doute, le cas le plus intéressant est celui de la raie D_1 du sodium, dans laquelle l'observation faite perpendiculairement aux lignes de force fait voir, non pas un triplet mais un quadruplet, la composante moyenne du triplet ordinaire s'étant divisée en deux raies ayant toutes les deux leurs vibrations parallèles aux lignes de force et disposées, comme les raies extérieures, symé-

triquement par rapport à la raie primitive. Ce phénomène, qui a été découvert par M. Cornu et M. Preston, se retrouve chez quelques autres raies.

Quelquefois le nombre des composantes est encore plus considérable; M. Michelson, MM. Becquerel et Deslandres et M. Preston ont signalé, par exemple, 6, 8 et même 9 raies.

Malgré ces complications, qui pourraient bien dépendre en partie de ce que la raie primitive, telle qu'elle se montre hors de la présence du champ magnétique, n'est pas simple, on peut parler en général d'un triplet, en ce sens que, dans le groupe de raies qu'on observe perpendiculairement au champ, la partie moyenne est polarisée comme la raie médiane d'un triplet normal, et que les parties latérales ont conservé la polarisation caractéristique des raies extérieures. Seulement, il existe quelques cas, MM. Becquerel et Deslandres en ont trouvé le premier exemple, où les parties médiane et extérieures ont échangé entre elles leurs états de polarisation.

4. Il résulte de tous ces faits que la théorie élémentaire devra être profondément modifiée et qu'il faudra avoir recours à des hypothèses moins simples sur la constitution des particules rayonnantes. Ce qu'on a essayé dans cette direction est resté assez infructueux. Il est vrai que presque toutes les hypothèses qu'on peut faire conduisent à autre chose que les simples triplets, mais on n'a presque aucun guide dans cet embarras de choix. De plus, dès qu'on s'écarte de la théorie élémentaire, on court le risque d'introduire un plus haut degré de complexité que ne le montrent les observations. Aussi, le phénomène si simple du quadruplet de M. Cornu n'a-t-il reçu jusqu'ici aucune explication vraiment satisfaisante.

Avant d'entrer dans quelques détails, il importe de remarquer que certaines conclusions relatives à l'état de polarisation des composantes sont indépendantes de toute théorie spéciale.

Considérons la disposition ordinaire de l'expérience, dans laquelle on se sert d'un électro-aimant symétrique par rapport à l'axe des noyaux, et supposons qu'on examine la lumière qui se propage à travers le canal creusé suivant cet axe. Évidemment tout le système, y compris la source lumineuse et les vibrations dans l'éther, est symétrique autour de l'axe et il est impossible que le faisceau lumineux possède des propriétés qui changeraient par une rotation du système autour de cette ligne. Le mouvement lumineux, ou la partie de ce mouvement qu'on trouve dans une partie déterminée du spectre, ne peut donc montrer aucune trace de polarisation rectiligne ou elliptique; la lumière doit être naturelle, ou bien elle présentera une polarisation circulaire, soit partielle, soit complète. Le sens de cette polarisation changera avec la direction du champ; on le reconnaît facilement en imaginant un second système matériel qui est l'image du système donné par rapport à un plan passant par l'axe.

Par des considérations analogues, on voit que la lumière émise perpendiculairement au champ et reçue dans une partie déterminée du spectre ne peut présenter qu'une polarisation rectiligne, le plan de polarisation étant parallèle ou perpendiculaire aux lignes de force. Ici encore, la polarisation peut être complète ou partielle.

Si l'on suppose, ce qui est déjà une hypothèse qu'on pourrait considérer comme douteuse, que la radiation est toujours due à des *moments électriques* [1]) qui existent dans les molécules et dont la direction change continuellement, on peut ajouter la règle suivante:

Si, en observant perpendiculairement au champ, on reçoit, dans une certaine région du spectre, des vibrations électriques perpendiculaires aux lignes de force, cette même région recevra des vibrations circulaires dans le cas où l'observateur se placera sur les lignes de force. Si, au contraire, dans la première expérience, on a affaire à des vibrations parallèles au champ, on ne verra aucune lumière dans la seconde expérience.

VIBRATIONS INFINIMENT PETITES D'UN SYSTÈME POSSÉDANT UN NOMBRE QUELCONQUE DE DEGRÉS DE LIBERTÉ

5. Supposons qu'une molécule rayonnante soit un système matériel à μ degrés de liberté, et pour lequel il existe une configuration d'équilibre stable. Soient $p_1, p_2, \ldots, p_\mu$ les coordonnées de LAGRANGE, choisies de telle sorte qu'elles soient nulles dans la position d'équilibre et que, dans chacune des vibrations principales

[1]) L'exemple le plus simple d'un moment électrique est fourni par deux ions à charges égales et opposées qui se trouvent à une certaine distance l'un de l'autre. En général, si une molécule contient plusieurs ions, tels que la somme algébrique des charges est zéro, on aura pour les composantes du moment Σex, Σey, Σez, x, y, z étant les coordonnées du point où se trouve la charge e.

infiniment petites qui peuvent avoir lieu au dehors d'un champ, une de ces coordonnées diffère seule de 0. Alors les accélérations $\ddot{p}_1, \ddot{p}_2, \ldots, \ddot{p}_\mu$ seront déterminées par les équations

$$\left.\begin{array}{l} m_1\ddot{p}_1 + f_1 p_1 = 0, \\ m_2\ddot{p}_2 + f_2 p_2 = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \end{array}\right| \tag{4}$$

dans lesquelles $m_1, m_2, \ldots, m_\mu$ et $f_1, f_2, \ldots, f_\mu$ sont des constantes positives, et on aura les fréquences

$$n_1 = \sqrt{\frac{f_1}{m_1}}, \quad n_2 = \sqrt{\frac{f_2}{m_2}}, \quad \ldots, \quad n_\mu = \sqrt{\frac{f_\mu}{m_\mu}}. \tag{5}$$

Supposons maintenant que le système porte des charges électriques distribuées d'une manière quelconque, et que les vibrations aient lieu dans un champ magnétique extérieur. Il en résultera un système de forces électromagnétiques dont les composantes relatives à $p_1, p_2, \ldots, p_\mu$ doivent être introduites dans les équations (4). Comme la force électromagnétique qui agit sur une particule chargée est proportionnelle à la vitesse, les nouveaux termes, dans les équations du mouvement, seront des fonctions linéaires et homogènes des vitesses $\dot{p}_1, \dot{p}_2, \ldots, \dot{p}_\mu$. On peut limiter la forme de ces fonctions en se rappelant que, pour chaque particule ou élément de volume, la force électromagnétique est perpendiculaire à la direction du mouvement, et que, par conséquent, le travail de ces forces est toujours nul. On arrive ainsi aux équations suivantes:

$$\left.\begin{array}{l} m_1\ddot{p}_1 + f_1 p_1 - (c_{12}\dot{p}_2 + c_{13}\dot{p}_3 + \ldots + c_{1\mu}\dot{p}_\mu) = 0, \\ m_2\ddot{p}_2 + f_2 p_2 - (c_{21}\dot{p}_1 + c_{23}\dot{p}_3 + \ldots + c_{2\mu}\dot{p}_\mu) = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} \tag{6}$$

Dans un champ donné les coefficients c sont des constantes; leurs valeurs sont proportionnelles à l'intensité H et l'on a les relations

$$c_{hk} = -c_{kh}. \tag{7}$$

Pour trouver ce que deviennent les vibrations principales, on posera

$$p_1 = a_1 e^{int}, \quad p_2 = a_2 e^{int}, \quad \ldots, \quad p_\mu = a_\mu e^{int}$$

et après avoir introduit ces valeurs dans les équations (6), on éliminera les amplitudes $a_1, a_2, \ldots, a_\mu$. L'équation résultante peut être mise sous la forme

$$\begin{vmatrix} m_1(n^2 - n_1^2) & ic_{12}n & ic_{13}n & \ldots & ic_{1\mu}n \\ ic_{21}n & m_2(n^2 - n_2^2) & ic_{23}n & \ldots & ic_{2\mu}n \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots \\ ic_{\mu1}n & ic_{\mu2}n & ic_{\mu3}n & \ldots & m_\mu(n^2 - n_\mu^2) \end{vmatrix} = 0. \quad (8)$$

Dans le développement du premier membre, le facteur imaginaire i disparaît en vertu des relations (7) ; on aura donc une équation du degré μ par rapport à n^2, qui donnera μ valeurs réelles et positives pour cette inconnue et par suite un égal nombre de valeurs pour la fréquence n. L'observation nous apprend que ces valeurs s'écartent très peu des valeurs $n_1, n_2, \ldots, n_\mu$; il est donc permis de traiter comme des quantités très petites les coefficients c qui expriment l'influence du champ magnétique.

6. Il faut maintenant distinguer le cas où toutes les fréquences $n_1, n_2, \ldots, n_\mu$ sont différentes entre elles, et celui où il existe des fréquences égales. Si, dans le premier cas, on veut déterminer la fréquence n_1', peu différente de n_1, on remplacera $n^2 - n_2^2, \ldots, n^2 - n_\mu^2$ par $n_1^2 - n_2^2, \ldots, n_1^2 - n_\mu^2$. On trouve ainsi une équation du premier degré en $n_1'^2 - n_1^2$, qu'on simplifiera encore en négligeant les termes qui contiennent plus de deux facteurs c. La valeur qu'elle donne pour $n_1'^2 - n_1^2$ est proportionnelle à H^2, et il en est de même de $n_1' - n_1$. La modification à laquelle on arrive ainsi n'est pas du tout ce qu'on observe; en effet, le déplacement observé des raies est toujours proportionnel à l'intensité H elle-même. Il est probable que le changement de la fréquence dont nous venons de parler serait absolument insensible.

Dans le cas où deux des fréquences $n_1, n_2, \ldots, n_\mu$ sont égales entre elles, on arrive à des déplacements proportionnels à H, mais ceux-ci suivraient d'autres lois que les changements qu'on observe; ce n'est pas encore le phénomène de ZEEMAN.

Supposons donc qu'au dehors du champ magnétique, *trois* vibrations principales aient la même fréquence. Lorsque $n_1 = n_2 = n_3$ l'équation (8) a trois racines peu différentes de n_1; si l'on prend pour n une de ces racines, les éléments $m_1(n^2 - n_1^2)$, $m_2(n^2 - n_2^2)$, $m_3(n^2 - n_3^2)$ du déterminant seront très petits, ainsi que ceux qui contiennent les c; les éléments $m_4(n^2 - n_4^2), \ldots, m_\mu(n^2 - n_\mu^2)$

seront les seuls qui aient des valeurs beaucoup plus grandes. En première approximation on se bornera donc à la partie du déterminant qui contient ces derniers éléments. Alors, pour déterminer les trois racines dont il s'agit, on a la condition

$$\begin{vmatrix} m_1(n^2-n_1^2) & ic_{12}n_1 & ic_{13}n_1 \\ ic_{21}n_1 & m_2(n^2-n_1^2) & ic_{23}n_1 \\ ic_{31}n_1 & ic_{32}n_1 & m_3(n^2-n_1^2) \end{vmatrix} = 0.$$

Les trois valeurs cherchées sont

$$n_1 \text{ et } n_1 \pm \tfrac{1}{2}\sqrt{\frac{c_{23}^2}{m_2m_3}+\frac{c_{31}^2}{m_3m_1}+\frac{c_{12}^2}{m_1m_2}}; \qquad (9)$$

le rayonnement de la molécule produirait donc un véritable triplet de ZEEMAN où l'écart des composantes est proportionnel à H.

7. Un raisonnement analogue s'applique au cas où il existe un plus grand nombre de fréquences égales. Soit par exemple $n_1 = n_2 = n_3 = n_4$; l'équation qui détermine les quatre fréquences modifiées devient

$$\begin{vmatrix} m_1(n^2-n_1^2) & ic_{12}n_1 & ic_{13}n_1 & ic_{14}n_1 \\ ic_{21}n_1 & m_2(n^2-n_1^2) & ic_{23}n_1 & ic_{24}n_1 \\ ic_{31}n_1 & ic_{32}n_1 & m_3(n^2-n_1^2) & ic_{34}n_1 \\ ic_{41}n_1 & ic_{42}n_1 & ic_{43}n_1 & m_4(n^2-n_1^2) \end{vmatrix} = 0.$$

Elle prend la forme

$$(n^2-n_1^2)^4 + A(n^2-n_1^2)^2 + B = 0,$$

où le coefficient A est proportionnel à H^2 et B à H^4. Cette équation donne les deux suivantes

$$(n^2-n_1^2)^2 = \alpha^2 \text{ et } (n^2-n_1^2)^2 = \beta^2,$$

dans lesquelles α et β sont proportionnels à H. En définitive, on trouve les quatre valeurs

$$n^2 = n_1^2 \pm \alpha, \qquad n^2 = n_1^2 \pm \beta,$$

ce qui serait un quadruplet semblable à celui de M. CORNU.

En général on a la règle que voici: A un nombre ν de fréquences égales, dans le cas où il n'y a pas de force magnétique, correspondra une raie spectrale qui se divise en ν composantes sous l'action du magnétisme. Ces composantes sont disposées symétriquement par rapport à la raie primitive; l'une d'entre elles occupera la place de cette dernière, toutes les fois que ν est impair.

Du reste, on aurait pu prévoir que la division magnétique des raies spectrales doit être intimement liée à l'existence d'un certain nombre de fréquences égales, ou, comme on peut l'exprimer, d'un nombre de degrés de liberté équivalents. En général un système présente autant de modes de vibration indépendants qu'il y a de degrés de liberté. Le nombre de degrés de liberté doit donc être égal au nombre total de raies qui apparaissent sous l'action du magnétisme; si maintenant la disparition de la force magnétique fait coïncider quelques-unes de ces raies, cela signifie que les fréquences qui correspondent à quelques-uns des degrés de liberté deviennent égales entre elles.

La théorie élémentaire est en harmonie avec ce qui vient d'être dit. L'ion mobile dont elle se sert a trois degrés de liberté, qui sont tous équivalents sous le rapport de la fréquence.

8. Il ne faut pas croire que, toutes les fois que les molécules ont trois degrés de liberté équivalents, on verra un triplet parfait. Il est vrai que chaque molécule n'aurait alors que trois fréquences, mais ces fréquences pourraient très bien varier d'une molécule à l'autre à cause des directions différentes dans lesquelles les particules sont orientées dans le champ magnétique. C'est ainsi que la quantité

$$\sqrt{\frac{c_{23}^2}{m_2 m_3} + \frac{c_{31}^2}{m_3 m_1} + \frac{c_{12}^2}{m_1 m_2}},$$

qu'on voit dans l'une des expressions (9), pourrait changer par une rotation de la molécule entière.

Il n'est guère probable que le champ magnétique commence par donner à toutes les molécules la même direction; donc, si l'on veut expliquer les triplets dont les composantes ont la même netteté que la raie principale, il faudra attribuer aux molécules une *isotropie*, en ce sens que l'influence du magnétisme sur les périodes soit indépendante de la direction du champ par rapport à la molécule. La molécule de la théorie élémentaire avec son ion mobile unique possède en effet cette isotropie. Mais il semble difficile d'admettre qu'un système complexe, capable de produire par ses vibrations les nombreuses raies qu'on voit dans beaucoup de spectres, puisse avoir cette même propriété. Si, au contraire, on attribue chaque ligne spectrale qui devient un triplet à un ion spécial, on ne comprend pas la cause des relations qui existent entre les fréquences de ces raies.

VIBRATIONS DE SYSTÈMES SPHÉRIQUES

9. Pour avoir un exemple d'un système qui offre l'isotropie dont nous venons de parler, on peut calculer les vibrations d'une couche sphérique munie d'une charge uniformément répartie et possédant une élasticité qui entre en jeu dès que ses points se sont déplacés [1]).

En choisissant des conditions aussi simples que possible, il est facile de faire le calcul au moyen des fonctions de LAPLACE. On trouve alors que chaque mode de vibration peut être déterminé par une certaine fonction de LAPLACE, les lignes nodales correspondant, par exemple, aux lignes où cette fonction s'évanouit. Tous les modes de mouvement qui dépendent de fonctions du même ordre ont la même fréquence; il y a donc, chaque fois, autant de degrés de liberté équivalents qu'il y a de fonctions de LAPLACE indépendantes. Leur nombre est de trois s'il s'agit de fonctions du premier ordre; les vibrations correspondantes donneront un triplet. De même, les vibrations qui sont déterminées par les fonctions du deuxième ordre produiront un quintuplet, et ainsi de suite.

Malheureusement on est arrêté par de nouvelles difficultés. Dans les modes de vibration d'un ordre supérieur au premier, la surface est divisée par les lignes nodales en un certain nombre de parties à phases alternantes; c'est pourquoi ces mouvements sont incapables d'exciter dans l'éther environnant un rayonnement sensible, et l'explication n'est pas plus avancée.

VIBRATIONS SECONDAIRES

10. Arrivé à ce point, je me suis rappelé une idée que M. V. A. JULIUS a émise il y a déjà longtemps [2]). Parmi les raies spectrales d'un élément il existe souvent plusieurs paires, telles que

---

[1]) LORENTZ. Proc. Acad. Amsterdam. **7**, 320, 1899; Arch. Néerl. **2**, 412, 1899.
[2]) Verhand. K. Akad. Wet. Amsterdam. **26**, 1888.

la différence des fréquences est la même pour chaque paire. Pour expliquer ce fait remarquable, M. JULIUS a supposé que beaucoup de raies ne sont pas du tout produites par les vibrations fondamentales des molécules; selon lui elles pourraient être dues à des vibrations secondaires, qui proviennent de la coexistence de deux vibrations primaires, et dont la fréquence est égale à la différence ou à la somme des fréquences de ces vibrations primaires.

Cette manière de voir semble d'autant plus admissible que cette notion de vibrations secondaires peut être prise dans un sens fort général; une vibration primaire pourra par exemple être combinée avec un mouvement de rotation du système entier.

Or, il se pourrait que des vibrations primaires, quoique incapables en elles-mêmes d'émettre de la lumière, produisissent des vibrations secondaires et que ces dernières fussent l'origine de la radiation. De cette façon on pourrait comprendre l'existence des formes compliquées de l'effet ZEEMAN.

Il faut ajouter cependant que je n'ai pas réussi à expliquer le quadruplet de M. CORNU et l'on ne saurait nier que cette théorie des vibrations secondaires soit bien compliquée.

Quelle que soit la valeur de ces spéculations, il est clair que nous sommes encore très éloignés d'une théorie complète des raies spectrales. Une telle théorie devrait rendre compte des relations si remarquables qui existent entre les raies d'un spectre; elle devrait élucider la question encore si obscure des séries de raies que M. RYDBERG et MM. KAYSER et RUNGE ont étudiées et qui, d'après les expériences de M. PRESTON [1]), semblent aussi jouer un rôle dans les phénomènes magnéto-optiques.

IDÉES DE MM. LARMOR ET PRESTON

11. On doit à M. LARMOR un théorème important [2]) qu'on peut énoncer de la manière suivante: Supposons qu'une molécule soit composée d'une partie rigide et d'un nombre quelconque d'ions dont quelques-uns sont mobiles par rapport à la partie fixe. Supposons, de plus, que les charges de tous les ions mobiles aient le même signe, et que le rapport e/m ait pour tous la même valeur a [3]).

---

[1]) Phil. Mag. **47**, 165, 1899.

[2]) Phil. Mag. **44**, 503, 1897.

[3]) Voir le Rapport de M. J. J. Thomson.

Alors pour connaître l'influence d'un champ magnétique H, il suffit d'imaginer qu'au dehors du champ on donne à la partie rigide de la particule une rotation uniforme autour d'un axe parallèle au champ, la vitesse de rotation étant égale à $\frac{1}{2}aH$ et la direction dépendant de celle de H. Les ions pourront alors exécuter certains mouvements relatifs par rapport à des axes qui sont invariablement liés à la partie rigide. Or, le théorème de M. LARMOR dit que le même mouvement, par rapport à ces axes, peut avoir lieu s'il existe un champ magnétique et si la partie rigide reste en repos.

En se servant de cette règle, on peut quelquefois indiquer d'une manière fort simple l'influence d'un champ magnétique. On voit, par exemple, que le mouvement le plus général de l'ion considéré dans la théorie élémentaire ne diffère du mouvement elliptique qui peut exister au dehors du champ que par une rotation de l'orbite. Il paraît ainsi que, dans ce cas, l'influence du magnétisme a quelque analogie avec une des perturbations que présente le mouvement des planètes. M. PRESTON [1]), en se rapportant à des idées déjà anciennes de M. JOHNSTON STONEY, s'est demandé s'il ne serait pas possible que des perturbations d'une autre nature, par exemple des rotations des orbites elliptiques dans leurs plans, eussent également lieu. Chaque perturbation périodique introduirait un déplacement ou un dédoublement des raies, et il est clair qu'on pourrait ainsi arriver à des systèmes de raies assez compliquées. Cette idée mérite, sans doute, d'être examinée avec soin, mais pour le moment je ne vois guère comment le magnétisme causerait ces perturbations et pourquoi leurs périodes seraient d'autant plus courtes que le champ est plus fort.

ROTATIONS DANS LE CHAMP MAGNÉTIQUE

12. Si, dans la théorie élémentaire, on exprime l'influence du champ magnétique en disant que les orbites des ions reçoivent un mouvement de rotation, on se rapproche des idées de M. BECQUEREL [2]) qui regarde le phénomène de ZEEMAN comme la conséquence de certains mouvements tourbillonnaires de l'éther. Peut-être

---

[1]) PRESTON, loc. cit.
[2]) Comptes rendus, **125**, 679, 1897.

une théorie de cette nature finira-t-elle par remplacer toutes les autres. On sait que plusieurs physiciens attribuent toutes les actions d'un champ magnétique à des mouvements de rotation autour des lignes de force; dans cet ordre d'idées, la force électromagnétique qui agit sur un ion mobile, et dont la théorie élémentaire se sert sans en rendre compte, sera, elle aussi, un effet de ces rotations.

INFLUENCE MUTUELLE DES MOLÉCULES. TRAVAUX DE M. VOIGT. ÉQUATIONS DU MOUVEMENT POUR UN CORPS ABSORBANT PLACÉ DANS UN CHAMP MAGNÉTIQUE

13. Dans ce qui précède, il a toujours été question d'une seule particule lumineuse; ce n'est donc qu'à des corps d'une très faible densité que les résultats seront immédiatement applicables. Les raies d'émission seront alors très étroites, et il en sera de même des raies d'absorption.

Les phénomènes se compliquent davantage si l'on passe à des densités plus grandes; l'action réciproque des molécules donnera aux raies spectrales une certaine largeur, et il se produira des phénomènes dont la théorie élémentaire ne saurait rendre compte.

Il est difficile d'établir une théorie de l'émission pour un système de molécules agissant les unes sur les autres. Pour l'absorption, la chose est plus facile. C'est pourquoi M. VOIGT, de Göttingue, à qui l'on doit la plupart des recherches théoriques dont nous allons maintenant donner un aperçu, a abordé le problème de ce dernier côté [1]). Dans les équations bien connues de l'optique, sous la forme qu'elles prennent pour des corps imparfaitement transparents, il a introduit certains termes nouveaux qui peuvent exprimer l'action d'un champ magnétique. Non seulement on retrouve ainsi le phénomène de ZEEMAN sous sa forme inverse, c'est-à-dire la division des lignes d'absorption, mais, dans cette division, on peut prévoir des particularités qui devaient échapper à la théorie élémentaire. Grâce au parallélisme entre les phénomènes de l'absorption et de l'émission, on peut toujours affirmer que les raies d'émission présenteront des particularités analogues.

La méthode de M. VOIGT a encore l'avantage de nous fournir l'explication de plusieurs phénomènes nouveaux découverts dans les

[1]) Wied. Ann. **67**, 345, 1899.

dernières années, et qu'elle fait ressortir le lien qui existe entre le phénomène de ZEEMAN et le phénomène depuis longtemps connu de la rotation magnétique du plan de polarisation.

14. Je ne me bornerai pas à transcrire les équations qui sont la base de la théorie de M. VOIGT. Pour ne pas perdre de vue ce que les différentes théories ont de commun, je préfère commencer par une déduction de ces équations, ou plutôt d'un système de formules qui reviennent à la même chose que celles du savant allemand. En cela, je me servirai d'hypothèses semblables à celles qui ont été introduites au début de ce Rapport.

Considérons donc un corps composé d'un nombre très grand de molécules, les espaces intermoléculaires et même ceux qu'occupent les molécules étant remplis d'éther. Supposons que les molécules contiennent des ions capables de vibrer autour de leurs positions d'équilibre; ces mouvements auront lieu dès que le corps sera frappé par des ondes électromagnétiques, par exemple, par un faisceau de lumière. Il va sans dire que, la charge totale devant être nulle, chaque molécule devra contenir au moins deux ions, dont l'un cependant peut être regardé comme immobile. Si tous les ions se trouvent dans leurs positions d'équilibre, les molécules auront peut-être des moments électriques, mais on peut admettre que ces moments échappent aux observations. Dans tous les cas, comme ils sont constants, on n'a pas à s'en occuper dans l'étude des vibrations.

Soient e la charge électrique d'un ion, x, y, z les composantes de son déplacement. En vertu de ce dernier, la molécule aura un moment électrique m, dont les composantes seront

$$m_x = ex, \qquad m_y = ey, \qquad m_z = ez.$$

Ces valeurs changeront d'une molécule à l'autre. D'abord, il y a les changements irréguliers et brusques qui sont dus aux irrégularités du groupement moléculaire; en second lieu, les changements lents et périodiques qui existent le long d'un rayon de lumière.

Pour que nos équations ne soient pas encombrées des premiers changements, nous entendrons par m_x, m_y, m_z, non pas les valeurs pour une molécule individuelle, mais les valeurs moyennes prises pour les molécules situées dans un espace dont les dimensions sont très grandes par rapport aux distances moléculaires et en même temps très petites par rapport à la longueur d'onde.

En indiquant par N le nombre des molécules par unité de volume, on peut écrire

$$M_x = Nm_x, \qquad M_y = Nm_y, \qquad M_z = Nm_z$$

pour les composantes du moment électrique M, pris pour l'unité de volume.

Pour plus de généralité, on pourrait supposer maintenant que le corps renferme plusieurs espèces d'ions mobiles. Cependant, pour ne pas compliquer les formules, je me bornerai au cas où toutes les molécules sont égales entre elles et où chacune d'elles ne renferme que l'ion dont nous venons de parler.

Aussitôt que le système est traversé par des ondes lumineuses, l'éther devient le siège d'une force électrique $\mathfrak{E}$, d'un déplacement diélectrique $\mathfrak{d}$ et d'une force magnétique $\mathfrak{H}$. Ici encore nous parlerons des valeurs moyennes, exemptes des changements brusques qui dépendent de la position mutuelle des molécules voisines.

Le vecteur $\mathfrak{H}$ sera censé ne pas comprendre la force magnétique constante dont nous voulons étudier l'action. Les vecteurs $\mathfrak{d}$ et $\mathfrak{E}$ sont proportionnels l'un à l'autre; si l'on écrit

$$\mathfrak{d} = c\mathfrak{E},$$

la constante aura la valeur

$$c = \frac{1}{4\pi V^2},$$

V étant la vitesse de la lumière dans l'éther.

La résultante des deux vecteurs $\mathfrak{d}$ et M constitue ce qu'on peut appeler la *polarisation diélectrique* du corps. Nous la représenterons par

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{d} + M.$$

Le vecteur $\dot{\mathfrak{D}}$ sera le courant électrique.

Cela posé, on a les relations suivantes:

$$\frac{\partial \mathfrak{E}_y}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial y} = \frac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial t}, \quad \frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial z} = \frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial t}, \quad \frac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{E}_y}{\partial x} = \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial t}, \tag{10}$$

$$\frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial z} = 4\pi \frac{\partial \mathfrak{D}_x}{\partial t}, \quad \frac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial x} = 4\pi \frac{\partial \mathfrak{D}_y}{\partial t}, \quad \frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial y} = 4\pi \frac{\partial \mathfrak{D}_z}{\partial t}. \tag{11}$$

15. Il nous reste à établir les équations qui régissent le mouvement des ions. Chacune de ces particules est soumise à plusieurs forces. D'abord, une force qu'on obtient en multipliant par e la force électrique au point où se trouve l'ion, et que nous désignerons pour un instant par $\mathfrak{E}'$. Ensuite, la force élastique, dont les composantes sont $-fx$, $-fy$, $-fz$.

Pour expliquer l'absorption, nous introduirons une force, comparable à une friction et proportionnelle à la vitesse; je la représenterai par

$$-g\frac{dx}{dt}, \qquad -g\frac{dy}{dt}, \qquad -g\frac{dz}{dt},$$

où g est un coefficient positif.

Enfin, la force électromagnétique due au champ extérieur H, qui sera toujours supposé parallèle à l'axe des z, a pour composantes

$$+eH\frac{dy}{dt}, \qquad -eH\frac{dx}{dt}, \qquad 0,$$

et les équations du mouvement seront

$$\left.\begin{aligned} e\mathfrak{E}'_x - fx - g\frac{dx}{dt} + eH\frac{dy}{dt} &= m\frac{d^2x}{dt^2}, \\ e\mathfrak{E}'_y - fy - g\frac{dy}{dt} - eH\frac{dx}{dt} &= m\frac{d^2y}{dt^2}, \\ e\mathfrak{E}'_z - fz - g\frac{dz}{dt} \qquad\qquad &= m\frac{d^2z}{dt^2}. \end{aligned}\right| \qquad (12)$$

Ces équations resteront vraies si nous entendons par x, y, z, $\mathfrak{E}'$ les valeurs moyennes prises pour l'espace dont nous avons déjà parlé. Or, des considérations qu'il faut omettre ici, montrent que la valeur moyenne de $\mathfrak{E}'$ n'est pas exactement la même que celle de $\mathfrak{E}$ qu'on rencontre dans les équations (10). On peut écrire

$$\mathfrak{E}' = \mathfrak{E} + \alpha M,$$

α étant un coefficient positif dont la valeur peut rester indéterminée.

Je diviserai par e les équations (12) et je poserai

$$\frac{f}{e^2N} = f', \qquad \frac{g}{e^2N} = g', \qquad \frac{m}{e^2N} = m', \qquad \frac{H}{eN} = k. \qquad (13)$$

Je trouve ainsi

$$\mathfrak{E}_x + \alpha M_x = f' M_x + g' \frac{\partial M_x}{\partial t} + m' \frac{\partial^2 M_x}{\partial t^2} - k \frac{\partial M_y}{\partial t}, \tag{14}$$

$$\mathfrak{E}_y + \alpha M_y = f' M_y + g' \frac{\partial M_y}{\partial t} + m' \frac{\partial^2 M_y}{\partial t^2} + k \frac{\partial M_x}{\partial t}, \tag{15}$$

$$\mathfrak{E}_z + \alpha M_z = f' M_z + g' \frac{\partial M_z}{\partial t} + m' \frac{\partial^2 M_z}{\partial t^2},$$

équations qui, combinées avec les formules (10) et (11) déterminent le problème. Remarquons encore que, pour des mouvements périodiques, en vertu des équations (11),

$$\frac{\partial \mathfrak{D}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{D}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{D}_z}{\partial z} = 0. \tag{16}$$

PROPAGATION DANS LA DIRECTION DES LIGNES DE FORCE

16. Dans ce cas

$$\mathfrak{E}_z = 0, \qquad \mathfrak{d}_z = 0, \qquad M_z = 0,$$

c'est-à-dire que les vibrations électriques sont purement transversales.

Supposons que les autres composantes des trois vecteurs et celles de $\mathfrak{H}$ contiennent le facteur

$$e^{in\left(t - \frac{1 - i\varkappa}{\omega} z\right)};$$

ω sera la vitesse de propagation et l'absorption sera déterminée par la valeur de

$$\frac{n\varkappa}{\omega}.$$

Il faut que l'on ait

$$M_y = \pm\, i M_x,$$

ce qui indique que les seuls rayons qui puissent se propager avec une vitesse et un coefficient d'absorption déterminés sont des rayons polarisés circulairement, le signe supérieur se rapportant à un rayon droit et le signe inférieur à un rayon gauche.

Par un calcul assez simple on trouve l'équation suivante, qui détermine ω et $\varkappa$,

$$\frac{(1 - i\varkappa)^2}{4\pi\omega^2} = c + \frac{1}{\xi \pm \zeta + i\eta}, \tag{17}$$

où

$$\xi = f' - \alpha - m'n^2, \tag{18}$$

$$\eta = ng', \tag{19}$$

$$\zeta = nk. \tag{20}$$

La seconde de ces quantités détermine l'absorption; la troisiè me est proportionnelle à l'intensité du champ magnétique.

Au dehors du champ on peut avoir des rayons polarisés d'une manière quelconque. Ils obéiront à la formule

$$\frac{(1 - i\varkappa)^2}{4\pi\omega^2} = c + \frac{1}{\xi + i\eta}. \tag{21}$$

Pour revenir aux rayons à polarisation circulaire qui marchent dans le sens des lignes de force, il suffit de remplacer ξ par $\xi \pm \zeta$.

Formules relatives à la propagation dans une direction perpendiculaire au champ

17. Supposons que cette direction coïncide avec l'axe des x, et que les expressions pour les variables dépendantes contiennent le facteur

$$e^{in\left(t - \frac{1 - i\varkappa}{\omega} x\right)}.$$

On voit facilement que le champ magnétique n'aura aucune influence si les vibrations électriques ont la direction des lignes de force; c'est alors de nouveau l'équation (21) dont il faut se servir.

Quant aux vibrations perpendiculaires au champ, elles doivent être purement transversales en ce qui regarde la polarisation diélectrique, la formule (16) donnant

$$\mathfrak{D}_x = 0. \tag{22}$$

Mais cela n'empêche pas que $\mathfrak{d}_x$ et M_x soient différents de 0, c'est-à-dire que le moment électrique ait une composante longitudinale.

Voici les formules pour ce cas. Des équations (14) et (15) on peut tirer les valeurs de M_x et M_y, exprimées en $\mathfrak{E}_x$ et $\mathfrak{E}_y$; ensuite on peut exprimer de la même manière $\mathfrak{D}_x$ et $\mathfrak{D}_y$, par des équations de la forme

$$\mathfrak{D}_x = re^{is}\mathfrak{E}_x + \rho e^{i\sigma}\mathfrak{E}_y, \tag{23}$$
$$\mathfrak{D}_y = re^{is}\mathfrak{E}_y - \rho e^{i\sigma}\mathfrak{E}_x, \tag{24}$$

les quantités auxiliaires r, s, ρ et σ étant données par

$$\left.\begin{aligned}
r\cos s &= c + \frac{\xi(\xi^2+\eta^2-\zeta^2)}{(\xi^2-\eta^2-\zeta^2)^2+4\xi^2\eta^2},\\
r\sin s &= -\frac{\eta(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}{(\xi^2-\eta^2-\zeta^2)^2+4\xi^2\eta^2},\\
\rho\cos\sigma &= \frac{2\xi\eta\zeta}{(\xi^2-\eta^2-\zeta^2)^2+4\xi^2\eta^2},\\
\rho\sin\sigma &= \frac{\zeta(\xi^2-\eta^2-\zeta^2)}{(\xi^2-\eta^2-\zeta^2)^2+4\xi^2\eta^2}.
\end{aligned}\right\} \tag{25}$$

Pour r et ρ nous prendrons les valeurs positives.

En combinant les équations (23) et (24) avec la condition (22) et avec la relation

$$\frac{(1-i\varkappa)^2}{4\pi\omega^2}\mathfrak{E}_y = \mathfrak{D}_y,$$

qu'on tire de (10) et (11), on obtient

$$\frac{(1-i\varkappa)^2}{4\pi\omega^2} = re^{is} + \frac{\rho^2}{r}e^{i(2\sigma-s)}. \tag{26}$$

On retombe sur la formule (21), s'il n'y a pas de champ magnétique.

Posons finalement

$$D\cos E = r\cos s + \frac{\rho^2}{r}\cos(2\sigma - s),$$

$$D\sin E = r\sin s + \frac{\rho^2}{r}\sin(2\sigma - s),$$

où l'on prendra pour D la valeur positive. Alors la condition (26) nous donne

$$\frac{1}{\omega^2} = 4\pi D\cos^2\tfrac{1}{2}E, \tag{27}$$

$$\frac{\varkappa^2}{\omega^2} = 4\pi D\sin^2\tfrac{1}{2}E. \tag{28}$$

Citons encore la formule

$$\frac{M_y}{M_x} = \frac{1 + c(\xi + i\eta)}{ic\zeta}, \tag{29}$$

qui permettra de déterminer la forme des vibrations des ions.

18. La diminution de l'amplitude sur un trajet de la longueur 1 étant donnée par le facteur

$$e^{-n\varkappa/\omega}, \tag{30}$$

il s'agira de connaître la valeur de $n\varkappa/\omega$ pour différentes valeurs de n. Or, nous nous bornerons à des bandes d'absorption très étroites. Dans ce cas, n ne varie pas sensiblement dans la bande et l'expression (30) peut être remplacée par

$$e^{-n_0\varkappa/\omega},$$

n_0 étant la valeur de n qui annule l'expression (18).

Pour $\alpha = 0$, cette valeur ne serait autre chose que la fréquence des vibrations propres d'une molécule isolée; en réalité, n_0 est légèrement différent de cette fréquence, mais nous ne nous occuperons pas de cet écart, très petit du reste, parce que, comme le montre un examen plus minutieux, α est toujours de beaucoup inférieur à f'.

Dans la discussion suivante, il s'agira toujours de valeurs de n, situées dans le voisinage immédiat de n_0. Si n parcourt ces valeurs, l'expression ξ passe de valeurs négatives à des valeurs positives. Les quantités η et ζ, au contraire, s'écartent peu des valeurs $n_0 g'$ et $n_0 k$; on peut démontrer qu'on ne commet pas d'erreur sensible si on les regarde comme constantes.

Quant aux variations simultanées de ξ et de n, elles sont liées entre elles par la relation

$$\Delta n = -\frac{\Delta\xi}{2m'n_0}. \tag{31}$$

CAS OÙ IL N'Y A PAS DE CHAMP MAGNÉTIQUE

19. Si $\zeta = 0$, on a

$$r\cos s = c + \frac{\xi}{\xi^2 + \eta^2}, \tag{32}$$

$$r \sin s = -\frac{\eta}{\xi^2 + \eta^2}, \tag{33}$$

$$\rho = 0, \qquad D = r, \qquad E = s,$$

de sorte que l'absorption est déterminée par

$$\frac{\varkappa^2}{\omega^2} = 4\pi r \sin^2 \tfrac{1}{2} s.$$

Je commencerai par supposer que la valeur de η contient au moins un certain nombre de fois celle de $1/c$. Alors, on voit facilement que, pour toutes les valeurs de ξ, $r \cos s$ est une quantité positive, de l'ordre de c, et que le facteur r lui-même ne peut pas être plus petit.

Pour $\xi = 0$, l'expression (33) prend la valeur $-1/\eta$ et $\sin s$ serait alors de l'ordre de $1/c\eta$, $\sin \frac{1}{2} s$ de l'ordre de $1/2c\eta$ et $\varkappa/\omega$ de l'ordre de

$$\frac{1}{\eta}\sqrt{\frac{\pi}{c}}. \tag{34}$$

L'affaiblissement de l'intensité d'un rayon, sur un trajet égal à la longueur d'onde dans l'air, serait donné par un facteur pour lequel on trouve, après quelques transformations,

$$e^{-\pi/\eta c}.$$

Si l'on se borne à des corps gazeux dans lesquels l'absorption sur un tel trajet est insignifiante, il faut supposer que η est un multiple élevé de $1/c$, ce que nous ferons dans la suite. Alors, avec un degré d'approximation suffisante, on peut regarder (34) comme la valeur maxima de $\varkappa/\omega$; cette valeur se présente pour $\xi = 0$ ou $n = n_0$.

Pour

$$\xi = \pm \nu\eta,$$

la valeur de $\varkappa/\omega$ devient $\nu^2 + 1$ fois plus petite, d'où l'on voit que la largeur de la bande d'absorption est de l'ordre de η, si on l'exprime par la différence des valeurs de ξ, et de l'ordre de

$$\frac{\eta}{2m'n_0},$$

si l'on a en vue la différence des valeurs de n.

Enfin, en employant la formule (27), on trouve, pour l'indice de réfraction

$$\mu = 1 + 2\pi V^2 \frac{\xi}{\xi^2 + \eta^2}.$$

Cette valeur, qui est sensiblement 1 si ξ est un multiple élevé de η, devient un minimum pour

$$\xi = -\eta, \qquad n = n_0 + \frac{\eta}{2m'n_0}$$

et un maximum pour

$$\xi = +\eta, \qquad n = n_0 - \frac{\eta}{2m'n_0}.$$

Cette variation de l'indice dans le voisinage de $n = n_0$ constitue la dispersion anomale qui a été observée dans une flamme à sodium par KUNDT et dont M. BECQUEREL a fait une étude spéciale. On retrouve la forme bien connue pour la courbe qui représente μ en fonction de n.

PROPAGATION DANS LE SENS DES LIGNES DE FORCE D'UN CHAMP MAGNÉTIQUE. DOUBLET DE ZEEMAN

20. Nous savons déjà (§ 16) que la formule qui détermine $\varkappa$ et ω pour un rayon polarisé circulairement droit ou gauche se déduit de la formule analogue pour le cas où il n'y a pas de champ magnétique, si l'on remplace ξ par $\xi \pm \zeta$. Si donc, en dehors du champ, certaines valeurs de la vitesse de propagation et du coefficient d'absorption correspondent à une valeur déterminée ξ_1 de ξ, ces mêmes valeurs se retrouveront dans le champ magnétique pour

$$\xi = \xi_1 \mp \zeta.$$

Appelons n_1 la fréquence correspondant à ξ_1; celle qui correspond à $\xi_1 \mp \zeta$ sera

$$n_1 \pm \frac{\zeta}{2m'n_0}.$$

On voit ainsi que la courbe qui donne $\varkappa/\omega$ en fonction de n pour un rayon droit s'obtiendra par une translation vers le côté du violet de la courbe analogue telle qu'elle est en l'absence de forces magnétiques, la translation devant avoir lieu sur une distance

$$\frac{\zeta}{2m'n_0}.$$

La translation doit avoir la direction contraire s'il s'agit d'un rayon gauche.

On voit immédiatement que la bande d'absorption s'élargit par l'action du magnétisme et se dédouble aussitôt que cette action a atteint une valeur suffisante.

Du reste, l'écart entre les deux composantes est le même que celui qu'on calcule dans la théorie élémentaire, car, en vertu des formules (20) et (13), on a

$$\frac{\zeta}{m'n_0} = \frac{eH}{m}.$$

On peut se demander pour quelle intensité du champ le dédoublement de la raie, observée sans appareil polariscopique, commence à se montrer. Si la flamme est traversée par un faisceau de lumière dont on examine ensuite le spectre, on a d'abord, au lieu correspondant à $\xi = 0$, un minimum d'intensité. Puis, la force magnétique augmentant, il vient un moment où ce minimum est remplacé par un maximum, deux nouveaux minima apparaissant des deux côtés. La valeur de ζ pour laquelle cette transition a lieu dépend un peu de l'épaisseur de la flamme. En supposant celle-ci suffisamment petite, je trouve

$$\zeta = \frac{\eta}{\sqrt{3}}. \tag{35}$$

PROPAGATION DANS UNE DIRECTION PERPENDICULAIRE AU CHAMP

21. Nous supposons de nouveau que η soit un multiple assez élevé de $1/c$ et qu'il en soit de même de ζ, cette dernière quantité pouvant, du reste, être inférieure ou bien supérieure à η. Les fractions qui figurent dans les équations (25) sont très petites par rapport à c. Nous écrirons

$$r\cos s = c + \delta_1, \quad r\sin s = -\delta_2, \quad \rho\cos\sigma = \delta_3, \quad \rho\sin\sigma = \delta_4,$$

et nous négligerons les termes du troisième ordre par rapport à ces quantités δ. On trouve

$$\frac{1}{\omega} = \frac{1}{V}\left|1 + \frac{\delta_1}{2c} + \frac{1}{8c^2}\{4(\delta_3^2 - \delta_4^2) + (\delta_2^2 - \delta_1^2)\}\right|, \tag{36}$$

$$\frac{\varkappa^2}{\omega^2} = \frac{\pi\delta_2^2}{c}.$$

Pour chercher le lieu des maxima et minima d'absorption, on se servira de l'équation

$$\frac{\partial\delta_2}{\partial\xi} = 0.$$

Une des racines est $\xi = 0$; les autres sont données par la formule

$$\xi^2 = -(\eta^2 + \zeta^2) \pm 2\zeta\sqrt{\eta^2 + \zeta^2}, \tag{37}$$

où il faut prendre le signe supérieur si ζ est positif, et le signe inférieur dans le cas contraire. Tant que la valeur absolue de ζ est inférieure à

$$\frac{\eta}{\sqrt{3}}, \tag{38}$$

l'équation (37) donne des valeurs imaginaires pour ξ; il n'y a qu'un maximum pour $\xi=0$ et la bande ne s'est pas encore dédoublée. A partir de la valeur (38), qui est la même que (35), le dédoublement commence, deux nouveaux maxima d'absorption apparaissant pour les valeurs de ξ données par (37).

Enfin, lorsque ζ est devenu très grand par rapport à η, ces valeurs seront

$$\xi = \pm\zeta;$$

l'écart des deux maxima sera alors le même que dans les observations dans le sens des lignes de force.

L'intensité de ces maxima d'absorption est donnée par

$$\frac{\varkappa}{\omega} = \frac{1}{2\eta}\sqrt{\frac{\pi}{c}}; \tag{39}$$

ce coefficient n'est que la moitié de ce qu'il était, au point $\xi = 0$, en l'absence du champ.

Dans ce cas d'une grande valeur de ζ et de $\xi = \pm\zeta$, la formule (29) devient

$$\frac{M_y}{M_z} = \mp i;$$

les vibrations correspondant aux deux maxima de l'absorption seront donc circulaires.

MODIFICATIONS DE LA LUMIÈRE POLARISÉE LORSQU'ELLE TRAVERSE UNE FLAMME PLACÉE DANS UN CHAMP MAGNÉTIQUE

22. Je ne m'étendrai pas sur les belles expériences par lesquelles M. Righi, MM. Macaluso et Corbino et M. Cotton ont étudié ces modifications, la théorie de M. Voigt pouvant en donner une explication parfaitement satisfaisante. Rappelons seulement une prédiction que M. Voigt a déduite de ses formules [1]) et qu'il a ensuite vérifiée par l'expérience. Revenons pour cela à la formule (36) qu'on peut limiter aux deux premiers termes

$$\frac{1}{\omega} = \frac{1}{V}\left(1 + \frac{\delta_1}{2c}\right).$$

Cette formule nous donne la vitesse de propagation dans une direction transversale, les vibrations électriques étant perpendiculaires aux lignes de force. Pour les vibrations parallèles à ces lignes, on a une formule analogue

$$\frac{1}{\omega_0} = \frac{1}{V}\left(1 + \frac{\delta_0}{2c}\right).$$

Il paraît donc qu'il y a pour chaque valeur de ξ une biréfringence, déterminée par la différence

$$\delta_1 - \delta_0.$$

Or, puisque

$$\delta_1 = \frac{\xi(\xi^2 + \eta^2 - \zeta^2)}{(\xi^2 - \eta^2 - \zeta^2)^2 + 4\xi^2\eta^2}$$

et que δ_0 est ce que devient δ_1 pour $\zeta = 0$, il paraît que la différence dépend du carré de la force magnétique.

MM. Voigt et Wiechert ont su mettre en évidence la biréfringence qui est ainsi produite dans une flamme à sodium.

ABSORPTION DANS UN CHAMP MAGNÉTIQUE. EXPÉRIENCES DE MM. EGOROFF ET GEORGIEWSKY

23. MM. Cotton et König ont fait des recherches très intéres-

[1]) Wied. Ann. 67, 359, 1899.

santes sur la modification de l'absorption dans un champ magnétique. Je ne discuterai pas leurs résultats, parce que l'explication ne présente aucune difficulté. Disons cependant quelques mots au sujet du phénomène découvert par MM. EGOROFF et GEORGIEWSKY. En étudiant la lumière émise dans une direction transversale par une flamme à sodium qui se trouvait entre les pôles d'un électro-aimant, ces savants ont reconnu qu'elle était partiellement polarisée, les vibrations perpendiculaires aux lignes de force ayant une plus grande intensité que celles qui sont parallèles à ces lignes.

On pourrait croire au premier abord que le champ magnétique favorisât les vibrations circulaires des ions plutôt que les vibrations rectilignes dans le sens longitudinal, mais cette explication rencontre des difficultés.

Admettons donc que, dans la radiation d'un élément de volume de la flamme, les intensités relatives des trois espèces de vibrations soient les mêmes qu'au dehors du champ; dans cette supposition, on aura

$$I_2 = I_3 = \tfrac{1}{2} I_1,$$

si l'on entend par I_1, I_2 et I_3 les intensités des radiations aux fréquences n_0, $n_0 + \delta n_0$ et $n_0 - \delta n_0$, émises par un seul élément. Ici δn_0 est le changement de la fréquence provoqué par le magnétisme; les vibrations de la radiation I_1 seront parallèles au champ et les deux autres lui seront perpendiculaires.

Puisque

$$I_2 + I_3 = I_1,$$

la radiation totale ne sera pas partiellement polarisée.

Malgré cela, on peut expliquer le phénomène observé par les physiciens russes, en faisant intervenir l'absorption que la radiation émise par la partie postérieure de la flamme subit dans la partie antérieure.

En effet, d'après les résultats des §§ 19 et 21, la radiation I_1 subira une absorption dont l'intensité est déterminée par le coefficient (34); les radiations I_2 et I_3, au contraire, seront affaiblies par une absorption dont le coefficient est (39), moitié moindre que (34). En fin de compte, si I'_1, I'_2, I'_3 sont les intensités après l'absorption on aura

$$I'_2 + I'_3 > I'_1. \tag{40}$$

24. Voici un autre raisonnement fondé sur la loi de KIRCHHOFF : Comparons deux radiations différentes I et II et supposons qu'entre leurs coefficients d'absorption $(\varkappa/\omega)_{\mathrm{I}}$ et $(\varkappa/\omega)_{\mathrm{II}}$ il y ait la relation

$$\left(\frac{\varkappa}{\omega}\right)_{\mathrm{I}} = 2\left(\frac{\varkappa}{\omega}\right)_{\mathrm{II}}.$$

Soient, pour ces deux radiations, ν_1 et ν_2 les fractions de l'intensité incidente qui sont interceptées par une couche d'une certaine épaisseur. Alors on aura

$$\nu_1 = 2\nu_2,$$

tant que cette épaisseur est très petite, mais

$$\nu_1 < 2\nu_2,$$

dès qu'elle devient plus considérable.

Cela posé, supposons que trois faisceaux d'intensités égales tombent sur la flamme, les fréquences étant n_0, $n_0 + \delta n_0$ et $n_0 - \delta n_0$, et la direction des vibrations étant perpendiculaire au champ pour les deux derniers faisceaux et parallèle au champ pour le premier. Soient $(\varkappa/\omega)_{\mathrm{I}}$, $(\varkappa/\omega)_{\mathrm{II}}$, $(\varkappa/\omega)_{\mathrm{III}}$ les coefficients d'absorption et ν_1, ν_2, ν_3 les fractions absorbées des trois rayons. On a

$$\left(\frac{\varkappa}{\omega}\right)_{\mathrm{II}} = \left(\frac{\varkappa}{\omega}\right)_{\mathrm{III}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\varkappa}{\omega}\right)_{\mathrm{I}},$$

et, par conséquent, si l'épaisseur de la flamme n'est pas trop petite

$$\nu_2 = \nu_3, \quad \nu_1 < 2\nu_2 \quad \text{ou} \quad \nu_1 < \nu_2 + \nu_3.$$

Or, d'après la loi de KIRCHHOFF, les intensités des vibrations émises par la flamme et ayant les directions et les fréquences indiquées doivent être proportionnelles à ν_1, ν_2, ν_3. On revient donc à l'inégalité (40).

Le dernier mode de raisonnement nous fait voir, aussi bien que le précédent, que l'expérience de MM. EGOROFF et GEORGIEWSKY exige une flamme d'une certaine épaisseur.

Si j'ai insisté sur ces questions, c'est pour faire ressortir que l'expérience peut réussir avec une flamme dans laquelle la matière rayonnante a partout la même densité et avec un champ parfaitement homogène.

DISSYMÉTRIE DU TRIPLET DE ZEEMAN

25. En discutant les équations fondamentales du § 17, nous avons attribué à η une valeur qui surpasse celle de $1/c$. Les questions se compliquent si η est plus petit, même beaucoup plus petit que cette dernière valeur. M. VOIGT a consacré à ce cas une étude minutieuse [1]) que je ne puis reproduire ici, mais dont il faut mentionner le résultat. Si, en observant dans la direction transversale et en étudiant les composantes extérieures du triplet, on commence par un champ très faible, l'une de ces composantes a d'abord la position primitive n_0, et l'autre une position qui se trouve à une certaine distance de celle-ci, au point $n = n_0 + \varepsilon$, correspondant à $\xi = -1/c$.

Cette dernière composante a d'abord une intensité I'_3 très petite, l'autre une intensité I'_2 sensiblement égale à I'_1. Si, ensuite, le champ devient de plus en plus fort, les deux composantes se déplacent en sens opposés, en parcourant des distances proportionnelles à l'accroissement du champ. En même temps, l'une des intensités croît et l'autre décroît, de sorte que dans un champ suffisamment fort, on obtient le triplet symétrique ordinaire.

M. ZEEMAN a pu vérifier ces prédictions de M. VOIGT.

EXTENSION DE LA THÉORIE DE VOIGT. QUADRUPLET DE CORNU

26. Non content des résultats importants dont je viens de rendre compte, M. VOIGT [2]) a cherché une explication des formes plus compliquées du phénomène de ZEEMAN, mentionnées dans les premiers paragraphes de ce Rapport. Sa méthode, dans laquelle on ne s'occupe guère du mécanisme des phénomènes, se prête facilement à ce but. Pour expliquer les triplets ordinaires, il a suffi à M. VOIGT d'introduire dans les équations de l'optique certains termes nouveaux dépendant de l'action du magnétisme, et dont la forme se présentait immédiatement à l'esprit.

D'une manière analogue, en ajoutant d'autres termes convenablement choisis, on peut arriver à des divisions moins simples des raies spectrales; M. VOIGT a indiqué les termes qui conduisent à un quadruplet.

[1]) Ann. der Physik. **1**, 376, 1900.
[2]) Wied. Ann. **68**, 352, 1899.

Si féconde que soit cette méthode, il me semble que, pour mieux pouvoir juger de la valeur de la théorie, il faudra toujours revenir au mécanisme. Or, à chaque extension des équations de M. VOIGT il doit correspondre une extension analogue de la théorie qui s'occupe des vibrations d'une seule molécule rayonnante. On me permettra donc de présenter sous cette dernière forme la théorie du quadruplet proposée par VOIGT.

Considérons les vibrations d'un ion dans la direction des lignes de force, c'est-à-dire les vibrations qui donnent lieu à la raie médiane du triplet ordinaire. Elles obéissent à une équation qui, dans les notations que nous avons déjà employées, peut se mettre sous la forme

$$n_0^2 z + \frac{d^2 z}{dt^2} = 0. \tag{41}$$

Pour arriver à un dédoublement de la raie médiane, on peut admettre que la molécule peut être le siège d'un second dérangement de l'équilibre, qui est déterminé par un certain vecteur ayant la direction du champ et que nous représenterons par z'. Supposons que, tant qu'il n'y a aucune force magnétique, ce second vecteur soit assujetti à une équation de la même forme que (41), avec le même coefficient n_0^2.

Imaginons enfin que le champ donne lieu à une certaine liaison entre les vecteurs z et z', liaison qui s'exprime par les deux termes $\alpha z'$ et αz qu'on voit dans les équations du mouvement suivantes:

$$\left.\begin{aligned} n_0^2 z + \alpha z' + \frac{d^2 z}{dt^2} = 0, \\ n_0^2 z' + \alpha z + \frac{d^2 z'}{dt^2} = 0. \end{aligned}\right| \tag{42}$$

Le coefficient α dépendra de l'intensité du champ et sera considéré comme très petit par rapport à n_0^2.

Ces équations admettent deux solutions aux fréquences

$$n_0 + \frac{\alpha}{2n_0} \text{ et } n_0 - \frac{\alpha}{2n_0};$$

elles conduisent par conséquent à un dédoublement de la raie.

Quoique les hypothèses que nous venons de faire à l'exemple de M. VOIGT semblent bien gratuites, il est clair pourtant qu'on devra admettre quelque chose de la sorte. En effet, si l'on voit deux raies au lieu d'une seule, cela prouve qu'il y a un second degré de liberté, c'est-à-dire une nouvelle coordonnée z' du système, et les équations qui lient z à z' peuvent très bien être de la forme (42). Cependant on reste bien éloigné d'avoir obtenu une image satisfaisante du phénomène.

CONCLUSION

27. En somme les deux théories que nous avons esquissées ont chacune leurs avantages. Le physicien qui désire avant tout pénétrer dans la structure de la matière se sentira poussé vers les spéculations sur le mécanisme des vibrations d'une molécule. D'un autre côté, il faut avouer que la méthode de M. Voigt est la seule par laquelle on puisse comprendre les phénomènes qui dépendent de la densité des corps rayonnants et de la largeur des raies spectrales. Heureusement, les deux théories ne s'excluent aucunement. Il est au contraire permis d'espérer qu'elles se compléteront l'une l'autre. On développera la théorie de Voigt en y introduisant de nouvelles idées sur ce qui se passe dans les molécules. On cherchera à remplacer l'hypothèse assez grossière d'une résistance proportionnelle à la vitesse par une explication de l'absorption qui s'écarte moins de la réalité. Enfin, on traitera directement l'émission d'un système de molécules agissant les unes sur les autres; on parviendra ainsi à comprendre comment, dans le cas de la dissymétrie découverte par M. Voigt, il existe dans les particules de la source des vibrations à période légèrement différente, dont les unes déterminent le rayonnement dans la direction du champ, et les autres celui dans les directions transversales. On obtiendra en même temps de précieuses données sur les quantités qui entrent dans les équations, telles que les charges électriques des ions. Si, par exemple, la dissymétrie prouve que la quantité η est petite par rapport à $1/c$, on peut en conclure que la quantité g/e^2, qui dépend des propriétés d'une molécule, doit être très petite par rapport à $4\pi V^2 N/n_0$. Si, au contraire, dans une flamme à sodium, η est un multiple de $1/c$ et si la largeur d'une bande d'absorption (§ 19) est très petite par rapport à n_0, on saura que Ne sera beaucoup plus petit que la valeur connue de $n_0^2 m/2\pi V^2 e$.